

۱. نصف عددی از $\frac{5}{9}$ آن عدد ۳ واحد کمتر است، آن عدد کدام است؟

- (۱) ۴۵ (۲) ۵۴ (۳) ۶۳ (۴) ۷۲

۲. حاصل $\frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} \times \sqrt[4]{4}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴) ۱

۳. اگر $a < b < 0$ آنگاه کدام نامساوی نادرست است؟

- (۱) $a^2 < b^2$ (۲) $a^2 > b^2$ (۳) $ab > 0$ (۴) $a^2 > ab$

۴. در ۱۵۰ داده آماری دسته بندی شده فراوانی نسبی دسته‌ای ۰/۱۸ است. فراوانی آن دسته کدام است؟

- (۱) ۲۱ (۲) ۲۴ (۳) ۲۷ (۴) ۳۶

۵. اگر $A = \{2, 5, 7, 9, 3\}$ و $B = \{1, 3, 4, 6, 7\}$ مجموعه $(A - B) \cup (B - A)$ چند عضو دارد؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۶. مجموع تمام مقسوم علیه‌های عدد ۳۲ کدام است؟

- (۱) ۴۸ (۲) ۵۰ (۳) ۵۲ (۴) ۵۳

۷. عدد $\frac{3}{\sqrt[4]{27}}$ برابر کدام است؟

- (۱) $\sqrt[4]{3}$ (۲) $\sqrt[4]{12}$ (۳) $\sqrt[3]{3}$ (۴) $\sqrt{3}$

۸. باقیمانده تقسیم عبارت $8x^3 - 4x^2 + 6x$ بر دو جمله‌ای $2x - 1$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) ۳

۹. حاصل $\frac{x^2-x-2}{x^2-1} \times \frac{x^2-x}{x-2}$ کدام است؟

- (۱) -x (۲) x (۳) x+1 (۴) ۱

۱۰. در دنباله $U_n = \frac{2n+1}{n^2-1}$ جمله دهم کدام است؟

- (۱) $\frac{13}{66}$ (۲) $\frac{7}{33}$ (۳) $\frac{9}{34}$ (۴) $\frac{14}{31}$

۱۱. مجموع عکس ریشه‌های معادله درجه دوم $3x^2 + 5x = 2$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{5}{2}$ (۲) $-\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{5}{2}$

۱۲. اگر $x^4 - 2x^2 + 1$ کوچکترین مضرب مشترک دوچهارجمله‌ای $x^3 + 1$ ، $x(x^2 + ax - 1) + 1$ و $x^2 - x - 1$ باشد، a کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۱۳. میانگین داده‌های $x_i: i = 1, 2, 3, \dots, 9$ برابر $\frac{3}{5}$ است، میانگین داده‌های $y_i = 2x_i - 1$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۷

۱۴. در دسته‌بندی ۱۵۰ داده آماری در ۸ طبقه فراوانی دسته پنجم برابر ۳۶ است، درصد فراوانی نسبی این دسته کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۴ (۳) ۲۷ (۴) ۳۲

۱۵. در مثلث قائم‌الزاویه‌ای یکی از زاویه‌ها 52° درجه است، زاویه بین وتر و میانه وارد بر آن چند درجه است؟

- (۱) ۶۲ (۲) ۶۴ (۳) ۷۶ (۴) ۷۸

۱۶. از رابطه $x^2 + 4y^2 + 1 = 4y$ مقدار $x+y$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۱۷. واسطه عددی بین دو عدد $1 + \sqrt{3}$ و $\frac{2}{1-\sqrt{3}}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) ۱

۱۸. کدام تابع یک به یک نیست؟

- (۱) $y = x|x|$ (۲) $y = x + \frac{1}{x}$ (۳) $y = x + \sqrt{x}$ (۴) $y = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

۱۹. اگر $f(x) = \frac{x}{\sqrt{5+x^2}}$ حاصل $f^{-1}\left(\frac{-2}{3}\right) + \sqrt{5}f(2\sqrt{5})$ کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۰. نقطه $A(7, 3)$ رأس یک متوازی‌الاضلاع و دو ضلع آن بر دو خط به معادلات $y-3x=0$ و $2x+3y=11$ منطبق است فاصله نقطه تلاقی دو قطر متوازی‌الاضلاع از مبدأ مختصات چقدر است؟

- (۱) $\sqrt{13}$ (۲) $2\sqrt{5}$ (۳) ۴ (۴) ۵

۲۱. حاصل $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n(n+1)} - n)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) ∞

۲۲. تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x|} [x], & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$ به ازای کدام مجموعه مقادیر a در $x=0$ پیوسته است؟

- (۱) $\{1\}$ (۲) \emptyset (۳) $\{0\}$ (۴) $\{0, 1\}$

۲۳. مشتق مرتبه دهم تابع $f(x) = x \sin 2x$ به ازای $x = \frac{\pi}{2}$ کدام است؟

- (۱) -5×2^{10} (۲) 5×2^9 (۳) 5×2^{10} (۴) -5×2^9

۲۴. از رابطه $x.e^{3x+z} + \ln(2y-z) + x^2y = 1$ مقدار $\frac{\partial z}{\partial y}$ در نقطه (۳ و ۲ و ۱) کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۲۵. در تابع $z = x \operatorname{Arctg} \frac{y}{x}$ با تغییر متغیرهای $x = r \cos \theta$ و $y = r \sin \theta$ مقدار $\frac{\partial z}{\partial y}$ به ازای $\theta = \pi$ چقدر $r = 2$ است؟

- (۱) $-\pi$ (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۳) $\frac{\pi}{2}$ (۴) π

۲۶. ورقه نازک فلزی به شکل نیم‌دایره به قطر ۶ واحد است. فاصله مرکز ثقل این قطعه فلزی از قطر نیم‌دایره چقدر است؟

- (۱) $\frac{4}{\pi}$ (۲) $\frac{3}{\pi}$ (۳) $\frac{\pi}{3}$ (۴) $\frac{\pi}{4}$

۲۷. حاصل $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+n}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{3}{2}$

۲۸. حاصل انتگرال $\int_0^{\alpha} \sin \sqrt{x} dx$ وقتی $\alpha = \frac{\pi^2}{4}$ باشد چقدر است؟

- (۱) $\frac{\pi}{2} - 1$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۱

۲۹. اگر $f(x) = tg^{-1} \frac{x+2a}{1-2ax}$ حاصل $f'(x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{1+x^2}$ (۲) $\frac{2a}{1+4a^2x^2}$ (۳) $\frac{a}{1+x^2}$ (۴) $\frac{x}{1+4a^2x^2}$

۳۰. حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} (x^{-x} + \sin x)^{\frac{1}{x}}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) e (۳) \sqrt{e} (۴) ۰

۳۱. نسبت تغییرات عبارت $\frac{x-2}{x+1}$ به تغییر $\sqrt{2x+5}$ به ازای $x=2$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{1}{2}$

۳۲. در پرتاب دو سکه با هم هر دو «رو» ظاهر شده‌اند، حال در پرتاب سه سکه با هم با کدام احتمال فقط یک «رو» ظاهر خواهد شد؟

- (۱) $\frac{2}{8}$ (۲) $\frac{3}{8}$ (۳) $\frac{4}{8}$ (۴) $\frac{5}{8}$

۳۳. در ظرفی ۳ گوی سفید و ۴ گوی سیاه قرار دارند اگر دو گوی از بین آنان بیرون آوریم با کدام احتمال هر دو گوی هم رنگ‌اند؟

- (۱) $\frac{1}{7}$ (۲) $\frac{2}{7}$ (۳) $\frac{3}{7}$ (۴) $\frac{4}{7}$

۳۴. واریانس داده‌های آماری کدام است؟

X	1	2	3	4	$\frac{7}{8}$ (۲)	$\frac{3}{4}$ (۱)
f	1	2	9	4	$\frac{5}{8}$ (۴)	$\frac{5}{4}$ (۳)

۳۵. در نمودار دایره‌ای تقریباً چند درصد از داده‌های آماری با زاویه ۲۴ درجه نشان داده می‌شود؟

$\frac{7}{4}$ (۴)	$\frac{7}{2}$ (۳)	$\frac{6}{7}$ (۲)	$\frac{6}{3}$ (۱)
-------------------	-------------------	-------------------	-------------------

۳۶. شش نفر ورزشکار را به چند طریق می‌توان به گروه‌های دو نفری دعوت کرد؟

۱۶ (۴)	۱۵ (۳)	۱۲ (۲)	۶ (۱)
--------	--------	--------	-------

۳۷. در پرتاب دو تاس با هم، با کدام احتمال جمع دو عدد رو شده بیشتر از ۱۰ می‌باشد؟

$\frac{1}{6}$ (۴)	$\frac{1}{9}$ (۳)	$\frac{1}{18}$ (۲)	$\frac{1}{12}$ (۱)
-------------------	-------------------	--------------------	--------------------

۳۸. اگر $y = t^3 - 3t$ ، $x = t^2 + t$ باشد، مقدار $\frac{d^2x}{dx^2}$ به ازای $t=1$ است؟

۲ (۴)	$\frac{1}{2}$ (۳)	$\frac{4}{3}$ (۲)	$\frac{2}{3}$ (۱)
-------	-------------------	-------------------	-------------------

۳۹. خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = x^2 \cdot \ln(x - 2)$ در نقطه‌ای به طول ۳ واقع بر آن، محور xها را کدام عرض قطع می‌کند؟

-۱۵ (۴)	-۱۸ (۳)	-۲۴ (۲)	-۲۷ (۱)
---------	---------	---------	---------

۴۰. حاصل $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1+2+3+\dots+n}{n+4} - \frac{n}{2} \right)$ کدام است؟

$\frac{5}{2}$ (۴)	$\frac{1}{2}$ (۳)	$-\frac{1}{2}$ (۲)	$-\frac{3}{2}$ (۱)
-------------------	-------------------	--------------------	--------------------

۴۱. حد عبارت $\ln \left(\frac{2-h}{2} \right)^{\frac{1}{h}}$ وقتی $h \rightarrow 0$ کدام است؟

۱ (۴)	$\frac{1}{2}$ (۳)	$-\frac{1}{2}$ (۲)	-۱ (۱)
-------	-------------------	--------------------	--------

۴۲. اگر $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} + 1, & x \geq 9 \\ x - 4, & x < 9 \end{cases}$ باشد، آنگاه مقدار $f^{-1}(6)$ کدام است؟

۲۵ (۴)	۱۰ (۳)	$\sqrt{6} + 1$ (۲)	۲ (۱)
--------	--------	--------------------	-------

۴۳. خط قائم بر منحنی به معادله $xy - x^2 = 1$ در نقطه (۲ و ۱) A با کدامیک از خطوط زیر موازی است؟

$Y=-X$ (۴)	$Y=X$ (۳)	محور Y (۲)	محور X (۱)
------------	-----------	------------	------------

۴۴. در تابع $y = e^{2x+2x^2}$ طول یکی از نقاط عطف برابر است با:
- (۱) $x = e^{-1}$ (۲) $x = \ln 2$ (۳) $x = -1$ (۴) $x = 0$
۴۵. در تابع $y - \sin(x + y) = 0$ حاصل $\frac{dy}{dx}$ به ازاء $\left[\begin{matrix} x = \pi \\ y = 0 \end{matrix} \right]$ ، کدام است؟
- (۱) -2 (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) 2
۴۶. در تابع $f(3x^2 + 4x) = x + \sqrt{x + 1}$ ، $f'(0)$ کدام است؟
- (۱) صفر (۲) $\frac{3}{8}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) 1
۴۷. اگر $f(x) = |x| - 1$ و $g(x) = \sqrt{x}$ باشد، آنگاه دامنه $\frac{g}{f}$ کدام است؟
- (۱) $(0, +\infty)$ (۲) $[0, +\infty)$ (۳) $(0, +\infty) - \{1\}$ (۴) $[0, +\infty) - \{1\}$
۴۸. اگر A ماتریسی مربعی باشد چنانکه $A^2 = I$ در این صورت حاصل $A(A^4 - A^3)$ کدام است؟
- (۱) $I - A$ (۲) $A - I$ (۳) I (۴) $\bar{0}$
۴۹. معادله‌ی خط مماس بر منحنی $y^3 + xy - 1 = 0$ در نقطه $\left[\begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix} \right]$ واقع بر آن کدام است؟
- (۱) $Y = X$ (۲) $Y = 3X + 1$ (۳) $Y = \frac{1}{3}X + 1$ (۴) $Y = -\frac{1}{3}X + 1$
۵۰. حاصل $\int_{-1}^1 \sqrt{e^x} dx$ ، کدام است؟
- (۱) صفر (۲) $\sqrt{e} - \frac{1}{\sqrt{e}}$ (۳) $2\left(\sqrt{e} - \frac{1}{\sqrt{e}}\right)$ (۴) $2\left(\frac{1}{\sqrt{e}} - \sqrt{e}\right)$
۵۱. اگر $a^2 + b^2 + c^2 + 3 = 2(a + b + c)$ مقدار c چقدر است؟
- (۱) 0 (۲) 1 (۳) 2 (۴) 3
۵۲. حاصل $\sqrt[6]{4 + 2\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{3} - 1} \cdot \sqrt[3]{4}$ کدام است؟
- (۱) 1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) 4
۵۳. اگر $x = \sqrt[3]{1 + \sqrt{2}} - \sqrt[3]{1 - \sqrt{2}}$ باشد، مقدار $x^3 - 3x$ کدام است؟
- (۱) 1 (۲) $\sqrt{2}$ (۳) 2 (۴) $2\sqrt{2}$
۵۴. اگر $A = 0.252252252\dots$ عدد $\frac{7}{A}$ کدام است؟
- (۱) $25/27$ (۲) $27/65$ (۳) $27/75$ (۴) $27/85$
۵۵. از تساوی $9^{x+2} = 3^x \times 81^3$ مقدار x کدام است؟
- (۱) 5 (۲) 6 (۳) 7 (۴) 8

۵۶. فاصله مبدأ مختصات از خط گذرنده بر دو نقطه (۳ و ۱) (۰ و -۲) کدام است؟
 (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) ۱ (۴) ۲
۵۷. حاصل $\frac{(1-\sqrt{2})^2}{2+\sqrt{2}} + \sqrt{\frac{49}{2}}$ کدام است؟
 (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷
۵۸. مجموعه جواب نامعادله $\frac{2-x}{2x-1} > x$ کدام است؟
 (۱) $-1 < x < 2$ (۲) $\frac{1}{2} < x < 2$
 (۳) $x > 1$ یا $-1 < x < \frac{1}{2}$ (۴) $x < -1$ یا $\frac{1}{2} < x < 1$
۵۹. اگر محورهای مختصات به موازات خود به نقطه وسط پاره واصل به دو نقطه (۴ و ۱) و (۰ و -۳) انتقال دهیم مختصات جدید (۲ و ۴) A کدام است؟
 (۱) (۰ و ۳) (۲) (۰ و ۵) (۳) (۴ و ۳) (۴) (۴ و ۵)
۶۰. اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ ماتریس $(A+B)^2$ کدام است؟
 (۱) $\begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 9 & 7 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 12 & 5 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 12 & 7 \end{bmatrix}$
۶۱. اگر $\log_4 \sqrt{2} = x$ باشد $\log_2(1-x)$ کدام است؟
 (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) تعریف نشده
۶۲. حاصل $\sin x + \tan \frac{\pi}{3} \cos x$ برابر کدام است؟
 (۱) $\cos(60^\circ - x)$ (۲) $\cos(60^\circ + x)$ (۳) $2\sin(60^\circ - x)$ (۴) $2\sin(60^\circ + x)$
۶۳. اگر $\alpha(2,1) + \beta(3,5) = (1, -3)$ باشد، مقدار $\alpha + \beta$ کدام است؟
 (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲
۶۴. از ۵ دانش‌آموز علوم تجربی و ۳ دانش‌آموز علوم انسانی ۲ نفر را جهت انجام مسابقه‌ای انتخاب کرده‌اند، با کدام احتمال از هر گروه یک نفر انتخاب شده‌اند؟
 (۱) $\frac{2}{15}$ (۲) $\frac{5}{14}$ (۳) $\frac{15}{56}$ (۴) $\frac{15}{28}$
۶۵. مساحت مثلثی به اضلاع ۲ و ۴ و $3\sqrt{2}$ چند برابر مساحت مثلثی به اضلاع ۳ و $\sqrt{2}$ و $2\sqrt{2}$ می‌باشد؟
 (۱) $1/5$ (۲) ۲ (۳) $2/25$ (۴) ۳

۶۶. در ۱۲۰ داده آماری بزرگترین و کوچکترین آنها ۲۵ و ۹۶ می‌باشند. اگر این داده‌ها در ۹ دسته، طبقه بندی شوند، فاصله دسته‌ها کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۶۷. واریانس داده‌های آماری ۱۰ و ۱۵ و ۱۳ و ۱۲ و ۱۱ و ۱۱ کدام است؟

- (۱) ۲/۱۴ (۲) ۲/۳۳ (۳) ۲/۶۶ (۴) ۲/۷۲

۶۸. اگر $f(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$ و $g(x) = \frac{1}{x}$ ضابطه تابع $f(g(x))$ برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{1+x^2}$ (۲) $\frac{1+x^2}{x^2}$ (۳) $1+x^2$ (۴) $\frac{x}{1+x^2}$

۶۹. حاصل $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x+\sqrt{4-3x}}{4+x}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{5}{8}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۷۰. به ازای کدام مقدار a تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 2x+3; & x \geq 2 \\ ax-x^2; & x < 2 \end{cases}$ روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است؟

- (۱) $\frac{9}{2}$ (۲) $\frac{11}{2}$ (۳) ۵ (۴) ۶

۷۱. در تابع $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع در نقطه $X=2$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{2}{9}$ (۴) $\frac{4}{9}$

۷۲. اندازه مشتق تابع $y = \sin x \cos 2x$ به ازای $x = \frac{\pi}{2}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{7}{4}$ (۲) $-\frac{5}{4}$ (۳) $-\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۷۳. معادله خط مماس بر نمودار تابع $y = x^2 - 2x$ در نقطه‌ی $x=-1$ کدام است؟

- (۱) $y - 2x + 5 = 0$ (۲) $y + 4x + 1 = 0$
(۳) $y - 2x + 5 = 0$ (۴) $y - 2x - 5 = 0$

۷۴. اگر جمله n ام یک تصاعد عددی مساوی $3n+5$ باشد جمله $n+1$ ام آن کدام است؟

- (۱) $3n - 8$ (۲) $3n + 8$ (۳) $2n - 5$ (۴) $2n + 5$

۷۵. اگر جمله $(n+2)$ ام یک تصاعد حسابی $5n+7$ باشد جمله n ام را تعیین کنید.

- (۱) $4n - 7$ (۲) $4n + 7$ (۳) $5n + 3$ (۴) $5n - 3$

۷۶. مجموع ده جمله از تصاعد $7, 4, 1, -2, \dots$ کدام است؟

- (۱) -65 (۲) ۶۵ (۳) -45 (۴) ۴۵

۷۷. اگر جمله عمومی یک رشته از اعداد $t_n = 2n + 3$ باشد مجموع ده جمله اول را حساب کنید.

- (۱) 110 (۲) 120 (۳) 130 (۴) 140

۷۸. در یک تصاعد عددی جملات هفتم و هشتم به ترتیب مساوی ۱۰ و ۱۲ می باشند، جمله یازدهم کدام است؟

- (۱) 18 (۲) 16 (۳) 14 (۴) 20

۷۹. بین ۵۰ و ۶۸ پنج واسطه حسابی نوشته ایم دومین واسطه حسابی کدام است؟

- (۱) 56 (۲) 57 (۳) 55 (۴) 54

۸۰. در مجموعه $A = \{1, 2, \{2\}\}$ کدامیک از موارد زیر نادرست است؟

- (۱) $2 \in A$ (۲) $\{2\} \in A$ (۳) $\{2\} \subset A$ (۴) $2 \subset A$

۸۱. اگر A و B دو مجموعه باشند، آن گاه $A \cup (B - A)$ همواره برابر است با:

- (۱) A (۲) B (۳) \emptyset (۴) $A \cup B$

۸۲. قرینه $(-x^{-1})^{-1}$ کدام است؟

- (۱) x (۲) $\frac{1}{x}$ (۳) $-x$ (۴) $-\frac{1}{x}$

۸۳. کوچکترین مضرب مشترک دو عدد ۲۴ و ۳۶ چند واحد از بزرگترین مقسوم علیه مشترک آنها بیشتر است؟

- (۱) ۴۸ (۲) ۵۴ (۳) ۶۰ (۴) ۷۲

۸۴. در تساوی $\frac{x-2}{11} = \overline{0/72}$ مقدار x کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۸۵. اگر $A = x(x+2)$ و $B = (x-2)$ باشد، حاصل $A - B$ برابر است با:

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۸۶. سه جمله ای بخش پذیر بر $(2x - 1)(x + 3)$ با تغییر علامت «کدام جمله»ی آن بر $(2x + 1)(x - 3)$ بخش پذیر می گردد؟

- (۱) x^2 (۲) x (۳) عدد ثابت (۴) هر سه جمله

۸۷. عبارت $x^2 + x - 2x - 2$ بر کدام یک از عامل های زیر بخش پذیر است؟

- (۱) $x + 1$ (۲) $x + 2$ (۳) $x^2 + 1$ (۴) $x^2 - 2$

۸۸. حاصل عبارت $\frac{a^2 - b^2}{ab - b^2} - \frac{ab^2 - b^2}{b^2}$ کدام است؟

- (۱) $2b$ (۲) -2 (۳) 2 (۴) $2a - 2b$

۸۹. فاصله نقطه $A \left| \frac{1}{2} \right|$ از خط $3x + 4y - 5 = 0$ کدام است؟

- (۱) $\frac{6}{5}$ (۲) $\frac{5}{6}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{7}{3}$

۹۰. معادله‌ی خطی که از نقطه (۳ و -۲) گذشته و با خط به معادله‌ی $2y - 4x = 5$ موازی باشد، کدام است؟

- (۱) $2y - x = 8$ (۲) $2y = 2x + 5$ (۳) $y = 2x + 7$ (۴) $2y - 4x = 7$

۹۱. مقدار $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$ برابر است با:

- (۱) $\sqrt{2} - 1$ (۲) $\sqrt{2} + 1$ (۳) $\sqrt{2} - 8$ (۴) $\sqrt{2} + 8$

۹۲. کسر $\frac{3}{2\sqrt[6]{16}}$ برابر است با:

- (۱) $\frac{3\sqrt[4]{4}}{16}$ (۲) $\frac{3\sqrt[3]{2}}{4}$ (۳) $\frac{2\sqrt[3]{2}}{3}$ (۴) $\sqrt[6]{2}$

۹۳. اگر به ۳ برابر عددی ۴ واحد اضافه گردد و از نصف حاصل، همان عدد کم شود، باقی مانده ۵ می‌گردد. آن عدد کدام است؟

- (۱) ۱۹ (۲) ۱۴ (۳) ۸ (۴) ۶

۹۴. در کیسه‌ای ۲۵ سکه ۱۰۰ ریالی و ۲۵۰ ریالی به مبلغ ۴/۰۰۰ ریال موجود است، تعداد سکه‌های ۱۰۰ ریالی برابر است با:

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) ۲۰

۹۵. جواب نامعادله‌ی $1 < \frac{3x-2}{6} - \frac{x-2}{4}$ عبارت است از:

- (۱) $x < -\frac{10}{3}$ (۲) $x > \frac{10}{3}$ (۳) $x < \frac{10}{3}$ (۴) $x > -\frac{10}{3}$

۹۶. اگر تابع درآمد کل $TR = (6)x$ و تابع هزینه‌ی کل $TC = 16(3)x$ باشد، نقطه‌ی سر به سر کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۳

۹۷. طول نقطه‌ی ماکزیمم تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^3 - 3x$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۹۸. اگر داشته باشیم $z = \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + \ln \frac{x}{y}$ مقدار $XZ'_x + YZ'_y$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) z (۳) $\frac{1}{z}$ (۴) z^{-2}

۹۹. در تابع دو متغیری $z = \frac{2x+y-1}{x+2y}$ ، مجموع طول و عرض نقطه‌ی اکسترمم آن کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{1}{3}$

۱۰۰. اگر مینیمم تابع $Z = X^2 + Y^2$ با توجه به قید $X + 2Y = 5$ را با استفاده از روش ضریب لاگرانژ تعیین کنیم، مقدار λ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰۱. مقدار انتگرال $I = \int_1^{2} \frac{2 \ln x}{x} dx$ برابر کدام است؟

- ۱ (۱) $2 \ln 2$ ۲ (۲) $(\ln 2)^2$ ۳ (۳) $\ln 4$ ۴ (۴) $\frac{1}{2} \ln 2$

۱۰۲. اگر $I(x) = \int e^{\sqrt{x}} dx$ باشد، آنگاه $I'(1) - I'(0)$ برابر کدام است؟

- ۱ (۱) $2(e-1)$ ۲ (۲) $e-1$ ۳ (۳) ۲ (۴)

۱۰۳. اگر $N=10$ و $\sum_{i=1}^{10} X_i = 60$ و $\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 400$ ضریب پراکندگی چقدر است؟

- ۱ (۱) 0.33 ۲ (۲) 0.4 ۳ (۳) 0.66 ۴ (۴) 0.7

۱۰۴. چنانچه در یک توزیع دو جمله‌ای $n = 5$ ، $P = \frac{1}{4}$ (احتمال موفقیت) باشد، احتمال ۳ موفقیت برابر است با:

- ۱ (۱) 0.0879 ۲ (۲) 0.0884 ۳ (۳) 0.884 ۴ (۴) 0.879

۱۰۵. یک توزیع احتمال دارای چگالی $f(x)=1$ است. اگر چه پایین توزیع $3/4$ باشد، میانه‌ی توزیع چقدر است؟

- ۱ (۱) $3/7$ ۲ (۲) $3/9$ ۳ (۳) ۴ (۴) $6/8$

۱۰۶. اگر ادعایی شود که «میانگین جامعه‌ی آماری بیش از ۱۰ است» فرضیه‌ی صفر آن کدام است؟

- ۱ (۱) $H_0: \mu x < 10$ ۲ (۲) $H_0: \mu x = 10$ ۳ (۳) $H_0: \mu x \leq 10$ ۴ (۴) $H_0: \mu x \geq 10$

۱۰۷. اگر مقدار کوواریانس X و Y مساوی ۵ و $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = 25$ باشد، مقدار ضریب همبستگی کدام است؟

- ۱ (۱) 0.08 ۲ (۲) 0.4 ۳ (۳) 0.20 ۴ (۴) ۱

۱۰۸. در ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ مجموع مقادیر ویژه (خاص) کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۷ (۴)

۱۰۹. اگر $Z = U^2 + V^2 - 2UV$ و $U = r \cos \theta$ و $V = r \sin \theta$ باشد منظور $\frac{\partial Z}{\partial r}$ کدام است؟

- ۱ (۱) صفر ۲ (۲) $(2U - 2V) \cos \theta$

- ۳ (۳) $2r - 4r \sin \theta \cos \theta$ ۴ (۴) $(2U - 2V) \sin \theta$

۱۱۰. اگر داشته باشیم $n(A) = 10$ و $n(B) = 15$ و $n(A \cup B) = 19$ باشد، $n(A \cap B)$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۲۵ (۴) ۲۹ (۴)

۱۱۱. اگر $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{a}{n})^{2n} = e^{\frac{3}{2}}$ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۱۲. در یک حساب سپرده‌ی بانکی، سود در پایان هر ماه بر سرمایه اضافه می‌شود. با نرخ سود ۱۲٪، پس از ۳ سال سرمایه چند برابر می‌شود؟

- (۱) $(1/012)^{36}$ (۲) $(1/01)^{36}$ (۳) $(1/12)^{36}$ (۴) $(1/03)^{36}$

۱۱۳. به ازای کدام مقدار k دستگاه معادلات $\begin{cases} X + 2Y + KZ = 0 \\ X - Y + Z = 0 \\ 2X + Y - Z = 0 \end{cases}$ جواب‌های غیر صفر دارد؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۱۱۴. به طور متوسط هر ده دقیقه یک مشتری وارد بانک می‌شود، احتمال اینکه در ۲۰ دقیقه ۲ مشتری وارد شود چقدر است؟

- (۱) $3e^{-3}$ (۲) $2e^{-2}$ (۳) $4e^{-2}$ (۴) $8e^{-1}$

۱۱۵. حاصل $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sqrt[n]{\frac{(2n+1)!}{n!}}$ کدام است؟

- (۱) $\ln 3 - 1$ (۲) $\ln 4 - 1$ (۳) $\ln 3 + 1$ (۴) $\ln 4 + 1$

۱۱۶. حاصل عبارت $(-\frac{1}{32})^{\frac{4}{5}} - (\frac{1}{64})^{\frac{5}{6}}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{64}$ (۲) $\frac{1}{64}$ (۳) $-\frac{1}{32}$ (۴) $\frac{1}{32}$

۱۱۷. حاصل $\sqrt[9]{a^3} \cdot \sqrt[8]{x^6}$ کدام است؟

- (۱) $a^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{3}{4}}$ (۲) $|a|^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{3}{4}}$ (۳) $a^{\frac{1}{3}} \cdot |x|^{\frac{3}{4}}$ (۴) $|a|^{\frac{1}{3}} \cdot |x|^{\frac{3}{4}}$

۱۱۸. حاصل عبارت $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{6} + 3}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3} - 1$ (۲) $\sqrt{2} - 1$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱۱۹. حاصل عبارت $(-\sqrt{98} + \sqrt{50} + \sqrt{128})$ کدام است؟

- (۱) $6\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $3\sqrt{2}$ (۴) $5\sqrt{2}$

۱۲۰. اگر $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ac$ باشد حاصل عبارت زیر کدام است؟

- (۱) a^3 (۲) $2 - abc$ (۳) $3abc$ (۴) $27abc$

۱۲۱. از میان مثلث‌هایی که مجموع طول قاعده و ارتفاع وارد بر آن ۱۶ سانتی‌متر است مثلثی را انتخاب کرده‌ایم که مساحت آن ماکزیمم است. مساحت این مثلث چند سانتی‌متر مربع است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۳۴ (۳) ۳۳ (۴) ۳۲

۱۲۲. نقطه A روی منحنی $y = \frac{2}{x}$ حرکت می‌کند. کمترین فاصله A تا مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{1}{2}$

۱۲۳. مساحت بزرگ‌ترین مستطیلی که داخل یک دایره به شعاع 2cm قرار می‌گیرد کدام است؟

- (۱) $6cm^2$ (۲) $8cm^2$ (۳) $10cm^2$ (۴) $12cm^2$

۱۲۴. در مورد تابع $y = x^4 + 3x^2 + 1$ کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) یک مینیمم و یک ماکزیمم دارد (۲) فقط یک ماکزیمم نسبی دارد
(۳) فقط یک مینیمم نسبی دارد (۴) یک نقطه عطف دارد

۱۲۵. از رابطه $12^x \times 32^y \times 9 = 6^5$ کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) $-\frac{2}{5}$ (۲) $-\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{2}{5}$

۱۲۶. باقیمانده تقسیم $16x^4 - 8x^3 + 4x^2 + 5$ بر $2x - 1$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۸

۱۲۷. در تجزیه عبارت $x^2 - 5xy - 6y^2$ کدام عامل وجود دارد؟

- (۱) $x - 6y$ (۲) $x - y$ (۳) $x - 2y$ (۴) $x - 3y$

۱۲۸. کدام جمله بر عبارت $4x^2 - 11x + 9$ افزوده شود تا حاصل به صورت مربع کامل دو جمله‌ای گردد؟

- (۱) $-3x$ (۲) $-x$ (۳) $3x$ (۴) $5x$

۱۲۹. گویا شده عبارت $\frac{\sqrt{8}}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \sqrt{3} - 1$ برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) ۲

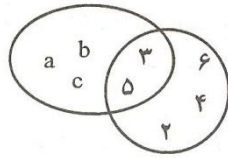
۱۳۰. به ازای کدام مقدار m نقطه $A(2, m-1)$ بر روی خط به معادله $3x - 4y = 10$ قرار دارد؟

- (۱) -۱ (۲) ۰ (۳) ۱ (۴) ۲

۱۳۱. خط به معادله $3x + 5y + 8 = 0$ از کدام ناحیه محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

- (۱) چهارم (۲) سوم (۳) دوم (۴) اول

۱۳۲. با توجه به نمودار ون مجموعه $(A \cap B') \cup (B \cap A')$ چند عضو دارد؟



- ۳ (۱)
- ۴ (۲)
- ۵ (۳)
- ۶ (۴)

۱۳۳. محیط مستطیلی ۵۰ واحد است. اگر طول مستطیل ۱ واحد از عرض مستطیل بیشتر باشد، مساحت مستطیل چقدر است؟

- ۱۳۲ (۱)
- ۱۳۶ (۲)
- ۱۴۴ (۳)
- ۱۵۶ (۴)

۱۳۴. جذر یک عددی تا دو رقم اعشار برابر $3/42$ و باقیمانده جذر $0/0136$ می باشد، آن عدد کدام است؟

- ۱۱/۶۹ (۱)
- ۱۱/۷۰ (۲)
- ۱۱/۷۱ (۳)
- ۱۱/۷۲ (۴)

۱۳۵. قرینه عدد $(-2\frac{2}{3})$ از عدد $(-\frac{1}{3})$ چقدر بیشتر است؟

- ۲ (۱)
- ۳ (۲)
- $\frac{5}{3}$ (۳)
- $\frac{7}{3}$ (۴)

۱۳۶. حاصل $\frac{(3)^7 \times (0/4)^7}{(1/2)^5}$ برابر کدام است؟

- ۱/۰۸ (۱)
- ۱/۴۴ (۲)
- ۲/۵۶ (۳)
- ۲/۸۸ (۴)

۱۳۷. از دستگاه معادلات $\begin{cases} 2x - 3y = 16 \\ 3x + y = 13 \end{cases}$ مقدار x کدام است؟

- ۴ (۱)
- ۵ (۲)
- ۶ (۳)
- ۷ (۴)

۱۳۸. محصول گندم کشاورزی در ۶ سال گذشته بر حسب تن برابر $107/5$ و 105 و 92 و $82/5$ و $84/96$ میانگین محصول گندم در شش سال گذشته کدام است؟

- ۹۴ (۱)
- ۹۴/۲۵ (۲)
- ۹۴/۵ (۳)
- ۹۴/۷۵ (۴)

۱۳۹. در دو مثلث متساوی الساقین کدام جزء از هر دو مثلث اگر برابر باشند، آنگاه دو مثلث متشابه اند؟

- (۱) دو زاویه رأس
- (۲) دو زاویه دلخواه
- (۳) دو قاعده
- (۴) دو ساق

۱۴۰. حاصل عبارت $4a^2 - 12a + 5$ به ازای $a = -\frac{3}{2}$ چقدر است؟

- ۲۸ (۱)
- ۳۰ (۲)
- ۳۲ (۳)
- ۳۶ (۴)

۱۴۱. از ۴ عدد زیر، کدام عدد اول است؟

- ۷۷ (۱)
- ۸۷ (۲)
- ۹۷ (۳)
- ۹۱ (۴)

۱۴۲. قرینه عدد $\left(\frac{21}{18}\right) \div \left(-\frac{5}{6} + \frac{3}{4}\right)$ کدام است؟

- (۱) -۱۴ (۲) -۷ (۳) ۷ (۴) ۱۴

۱۴۳. اندازه قطرهای یک لوزی ۱۶ و ۳۰ واحد است. ضلع لوزی چقدر است؟

- (۱) ۱۷ (۲) ۱۸ (۳) ۱۹ (۴) ۲۱

۱۴۴. در یک مستطیل به طول ۱۲ و عرض ۵ واحد وسط اضلاع متوالی را به هم وصل می‌کنیم. مساحت متوازی‌الاضلاع حاصل چند واحد مربع است؟

- (۱) $\frac{27}{5}$ (۲) ۳۰ (۳) $\frac{32}{5}$ (۴) ۴۵

۱۴۵. اگر $i = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ و $z = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ آنگاه مختصات بردار $3(i - 2j) - 2(2i + j)$ کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 1 \\ -8 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -1 \\ -8 \end{bmatrix}$

۱۴۶. تعداد ریشه‌های معادله $|x + a| - |x + a + 5| = -6$ کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) ۲ (۳) بیشمار (۴) به مقدار a بستگی دارد

۱۴۷. مجموع جوابهای نامعادله $|x^3 - 8| < x^2 + 2x + 4$ کدام است؟

- (۱) (0,2) (۲) (-1,4) (۳) (1,3) (۴) (-2,2)

۱۴۸. مجموعه جوابهای نامعادله $|x| > \sqrt{x + 2}$ کدام است؟

- (۱) (-2,2) (۲) (-1,2) (۳) $R - [-1,2]$ (۴) $(-2, -1) \cup (2, +\infty)$

۱۴۹. مجموعه جوابهای معادله $|x - 2| - |x + 1| = 3$ کام است؟

- (۱) $(-\infty, 1]$ (۲) R (۳) $[-1, 2]$ (۴) $[2, +\infty)$

۱۵۰. اگر $x^2 < 18$ باشد حاصل $|x - 3\sqrt{2}| + |x + 3\sqrt{2}|$ برابر است با:

- (۱) $4\sqrt{2}$ (۲) $-4\sqrt{2}$ (۳) $6\sqrt{2}$ (۴) $2x$

۱۵۱. از بین ۸ نفر قبول شدگان المپیاد، ۳ نفر به تصادف انتخاب می‌کنیم. تعداد عضوهای پیشامد A که در آن فرد مورد نظر در بین آن‌ها باشد، کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۲۴ (۳) ۲۱ (۴) ۱۴

۱۵۲. احتمال وقوع پیشامد A برابر $\frac{1}{4}$ و احتمال وقوع پیشامد $A \cup B$ برابر $\frac{1}{3}$ و $A \subset B$ است. احتمال وقوع پیشامد B کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{7}{12}$

۱۵۳. از نوعی بذر ۸۰ درصد آن‌ها جوانه می‌زند. اگر سه بذر از این نوع کاشته شود، با کدام احتمال لااقل دو بذر جوانه می‌زند؟

- (۱) ۰/۵۱۲ (۲) ۰/۷۸۳ (۳) ۰/۸۶۴ (۴) ۰/۸۹۶

۱۵۴. تابع $f(x) = x^2 - 3|x|$ چند نقطه‌ی بحرانی دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۵۵. حاصل $\int \frac{(2x\sqrt{x} + \sqrt{x})^4}{x^2} dx$ برابر است با:

- (۱) $\frac{(2x+1)^5}{5} + c$ (۲) $\frac{(2x+1)^5}{10} + c$ (۳) $\frac{2(2x+1)^5}{5} + c$ (۴) $4\frac{(2x+1)^5}{5} + c$

۱۵۶. جواب مشترک نامعادلات $\frac{2}{3}x \geq 1 - \frac{2}{3}$ و $x - 1 \leq \frac{1}{2} - 2x$ کدام است؟

- (۱) $|x| < \frac{1}{2}$ (۲) $x < \frac{1}{2}$ (۳) $x > \frac{1}{2}$ (۴) $x = \frac{1}{2}$

۱۵۷. به ازای کدام مقدار m معادله $mx^2 - 6x + m - 2 = 0$ ریشه مضاعف دارد؟

- (۱) $2 \pm \sqrt{10}$ (۲) $2 \pm \sqrt{8}$ (۳) $1 \pm \sqrt{10}$ (۴) $1 \pm \sqrt{8}$

۱۵۸. اگر A مجموعه با پایان و B مجموعه بی‌پایان باشد. مجموعه $A - B$ چگونه است؟

- (۱) با پایان (۲) بی‌پایان (۳) تهی (۴) غیرقابل تعریف

۱۵۹. اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ و I ماتریس واحد از مرتبه دو باشند. ماتریس $(A - I) \cdot (A + I)$ کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} -2 & 25 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -2 & 25 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -2 & 25 \\ -5 & -3 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 2 & 25 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$

۱۶۰. جواب کلی معادله $2\cos x + \sqrt{3} = 0$ به کدام صورت است؟

- (۱) $2k\pi \pm \frac{5\pi}{6}$ (۲) $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۴) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

۱۶۱. اگر $\log x + \log y = 1$ و $4^{x-y} = 64$ عدد x کدام است؟

- (۱) ۷/۵ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۴/۵

۱۶۲. اگر $a = i - 2j$ و $b = 3i + j$ ، طول بردار مکان $\vec{OA} = 2a - b$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{15}$ (۲) $\sqrt{17}$ (۳) $\sqrt{20}$ (۴) $\sqrt{26}$

۱۶۳. از رابطه $C(n, n-2) = 120$ عدد n کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۶ (۳) ۱۵ (۴) ۱۲

۱۶۴. در یک تصاعد حسابی جمله اول ۳- و مجموع ۱۳ جمله اول آن صفر است. قدر نسبت تصاعد آن کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

۱۶۵. بین دو عدد ۱۶ و ۸۱ سه واسطه هندسی درج شده است. مجموع این سه عدد کدام است؟

- (۱) ۱۱۲ (۲) ۱۱۴ (۳) ۱۱۶ (۴) ۱۱۸

۱۶۶. عبارت $\tan(\pi + \alpha) + \frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}$ برابر کدام است؟

- (۱) $2 \tan \alpha$ (۲) $2 \cos \alpha$ (۳) $\cos \alpha$ (۴) $\tan \alpha$

۱۶۷. ساده شده عبارت $(4x + \frac{1}{x-1}) \times (1 - \frac{1}{2x-1})$ کدام است؟

- (۱) $2x-1$ (۲) $2x+1$ (۳) $4x-2$ (۴) $2x-2$

۱۶۸. در تجزیه عبارت $(a^2 - c^2 + b^2 - 2ab)$ کدام عامل وجود دارد؟

- (۱) $a+b+c$ (۲) $a+c-b$ (۳) $a-c+b$ (۴) $c-a-b$

۱۶۹. خط به معادله $y = 2x - 6$ محورهای مختصات را در A و B قطع می‌کند، فاصله وسط AB از مبدأ مختصات

کدام است؟

- (۱) $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ (۲) $\frac{5\sqrt{2}}{3}$ (۳) $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ (۴) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

۱۷۰. حاصل عبارت $(\sqrt{2} - 2\sqrt{3})(\sqrt{8} + \sqrt{3}) + \sqrt{54}$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{6}$

۱۷۱. کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

(۱) به ازای بعضی از اعداد گویای ناصفر a ، عدد $a\sqrt{2}$ ، گویا است.

(۲) به ازای هر عدد گنگ a ، $(a + \sqrt{2})^2$ عددی گنگ است.

(۳) به ازای هر عدد گویای a ، عدد $(a + \sqrt{2})^{-1}$ عددی گنگ است.

(۴) به ازای هر عدد گنگ a ، $(a + \sqrt{2})$ عددی گنگ است.

۱۷۲. معادله $x^2 - 6 = 5|x|$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۷۳. تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & |x| \leq 2 \\ 4x - 1 & |x| > 2 \end{cases}$ در چند نقطه مشتق پذیر نیست؟

- (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۷۴. اگر $\alpha + \beta = \frac{5\pi}{4}$ آنگاه حاصل عبارت $(1 + \tan \alpha)(1 + \tan \beta)$ برابر کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۷۵. اگر میانگین قیمت کالایی در بازار ۲۰۰۰ ریال باشد و در یک حراجی کالا را ۱۰٪ ارزان تر بفروشند. متوسط قیمت این کالا در حراجی چند ریال خواهد بود؟

- (۱) ۱۸۰۰ (۲) ۱۸۲۰ (۳) ۱۹۰۰ (۴) ۱۹۲۰

۱۷۶. چند زوج عدد طبیعی هست که بزرگترین شماره آنها ۴ و کوچکترین مضرب مشترکشان ۴۰ باشد؟

- (۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۷۷. مقدار $2\sin 0^\circ \cdot \sin 40^\circ + \cos 6170^\circ$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۱۷۸. به ازای کدام مقدار m عبارت $x^2 - \frac{m}{2}x + 28$ مربع کامل است؟

- (۱) $\sqrt{7}$ (۲) ۲۸ (۳) $4\sqrt{7}$ (۴) $8\sqrt{7}$

۱۷۹. اگر x و y دو متغیر تصافی و $spxy = 6$ و $ssx = 6$ و $\bar{x} = 2$ و $\bar{y} = 5$ معادله خط رگرسیون کدام است؟

- (۱) $y = 2x - 1$ (۲) $y = 2x + 1$ (۳) $y = x - 3$ (۴) $y = x + 3$

۱۸۰. معادله صفحه‌ای که عمود بر خط $x - 1 = 2y = z + 1$ بوده و از نقطه $(1, 1, 1)$ می‌گذرد، کدام است؟

(۱) $x + 2y + z = -4$ (۲) $2x + y + 2z = -5$

(۳) $x + 2y + z = 4$ (۴) $2x + y + 2z = 5$

۱۸۱. اگر $\binom{n}{2} - \binom{n}{6} = 36$ چقدر است؟

- (۱) ۷۲ (۲) ۸۴ (۳) ۹۶ (۴) ۱۰۸

۱۸۲. باقیمانده تقسیم عدد 2^{500} بر ۱۳ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

۱۸۳. در یک کلاس با ۵۰ دانش آموز، ۳۰ نفر در درس ریاضی و ۳۵ نفر در درس فیزیک قبول شده‌اند، اگر ۱۰ نفر

در هر دو درس مردود شده باشند، چند نفر در هر درس قبول شده‌اند؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۲۵ (۴) ۳۰

۱۸۴. ارتفاع هرم مربع القاعده منتظمی ۷ و یک ضلع قاعده‌اش ۸ سانتی متر است، یال هرم چند سانتی متر است؟

- (۱) ۹ (۲) $\frac{9}{5}$ (۳) ۸ (۴) $\frac{8}{5}$

۱۸۵. برای یک جلد کتاب با ۳۰٪ تخفیف مبلغ ۱۴۰۰ ریال و یک کیف با ۲۰٪ تخفیف مبلغ ۸۰۰۰ ریال پرداخت

کرده‌ایم، روی هم چند ریال تخفیف گرفته‌ایم؟

- (۱) ۲۶۰۰ (۲) ۲۰۲۰ (۳) ۲۰۰۰ (۴) ۹۴۰

۱۸۶. اگر $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ ، آنگاه $X + Y$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۸۷. نمودار معادله $|x| + |y| = 1$ کدام است؟

- (۱) یک دایره (۲) یک مربع
(۳) یک پاره خط واقع بر نیمساز ربع اول (۴) هیچکدام

۱۸۸. تعداد باکتری‌ها در یک نوع کشت، در دقیقه t ، از رابطه $f(t) = 1000e^{0/40t}$ به دست می‌آید. بعد از چند دقیقه، ۱۰۰۰۰ باکتری خواهیم داشت؟

- (۱) $50 \ln 10$ (۲) $25 \ln 10$ (۳) $25 \ln 2$ (۴) $50 \ln 5$

۱۸۹. اگر $f(t) = \sqrt{x - x^2}$ باشد، $f'\left(\frac{1}{2}\right)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۰ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۱۹۰. خروج از مرکز بیضی $x^2 + 4y^2 = 8$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۱۹۱. دامنه تابع $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-|x|}}$ کدام یک از موارد زیر می‌باشد؟

- (۱) $R - \{0\}$ (۲) R^+ (۳) $R - N$ (۴) \emptyset

۱۹۲. تابع $y = 2 - e^{-5x}$ در کدام فاصله، صعودی است؟

- (۱) به ازای همه مقادیر R صعودی است
(۲) $x > -2$ (۳) $x > 0$
(۴) $x > 2$

۱۹۳. تمام خط‌های عمود بر منحنی $x^2 + y^2 + 4y = 5$ از یک نقطه ثابت عبور می‌کنند مختصات نقطه کدام است؟

- (۱) $(0, -2)$ (۲) $(1, 2)$ (۳) $(0, 2)$ (۴) $(1, -2)$

۱۹۴. به ازای چه مقداری از m ، خط $y=4x$ بر منحنی $y = \frac{2mx-1}{x}$ مماس می‌باشد؟

- (۱) ± 4 (۲) ± 2 (۳) ± 1 (۴) $\pm \frac{1}{2}$

۱۹۵. اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+1)}{(2x^2+ax+b)}$ باشد، آنگاه $2a + b$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۴ (۳) -۲ (۴) -۶

۱۹۶. کدام یک از توابع زیر، نسبت به مبدأ متقارن نمی‌باشد؟

(۱) $xy = 1$ (۲) $y = (x - 1)^3$ (۳) $y = \sin x$ (۴) $y = x^3$

۱۹۷. حاصل انتگرال $\int \frac{x^2}{x^2+1} dx$ برابر است با:

(۱) $x - \arctan(x) + c$ (۲) $x + 2\arctan(x) + c$
 (۳) $\tan(x) - x + c$ (۴) $x - \tan(x) + c$

۱۹۸. حاصل انتگرال $\int_0^{\frac{\pi}{2}} P \sin(x) - \cos(x) p dx$ کدام است؟

(۱) -2 (۲) $\sqrt{2} - 2$ (۳) 2 (۴) $2 - \sqrt{2}$

۱۹۹. با حروف کلمه «بانک سپه» چند کلمه ۴ حرفی (بدون توجه به معنی کلمه ساخته شده) می‌توان ساخت؟

(۱) ۳۵ (۲) ۲۸۰ (۳) ۲۱۰ (۴) ۷۰

۲۰۰. میانگین ۱۰ عدد، ۱۵ می‌باشد. اگر به هر عدد ۴ واحد اضافه کنیم و حاصل را در ۲ ضرب کنیم، آنگاه

میانگین کدام است؟

(۱) ۳۸ (۲) ۳۶ (۳) ۳۴ (۴) ۲۸

پاسخنامه تشریحی

۱. (۲)

$$\frac{5}{9}x - \frac{x}{2} = 3 \Rightarrow x = 54$$

۲. (۳)

$$\sqrt[4]{4} = \sqrt[4]{2 \cdot 2} = \sqrt{2} \quad \frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} \times \sqrt{2} = \frac{2\sqrt{2}-2}{\sqrt{2}-1} = \frac{2(\sqrt{2}-1)}{\sqrt{2}-1} = 2$$

۳. (۱)

$$0/18 \times 150 = 270$$

۴. (۳)

$$A - B = \{2, 5, 9\} \quad B - A = \{1, 4, 6\}$$

۵. (۳)

۶. عدد ۳۲ بر اعداد ۱، ۲، ۴، ۸، ۱۶ و ۳۲ تقسیم پذیر است که جمع آن‌ها ۶۳ می‌شود و درگزینه‌ها وجود ندارد.

۷. (۱)

$$\frac{3}{\sqrt[4]{33}} \times \frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt[4]{3}} = \frac{3\sqrt[4]{3}}{3} = \sqrt[4]{3}$$

۸. (۴)

$$2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$P = 8x^3 - 4x^2 + 6x$$

$$R = P\left(\frac{1}{2}\right) = 8\left(\frac{1}{2}\right)^3 - 4\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 6\left(\frac{1}{2}\right) = 3$$

۹. (۱)

۱۰. (۲)

$$a_{10} = \frac{2(10)+1}{102-1} = \frac{21}{99} = \frac{7}{33}$$

۱۱. (۴)

$$\frac{1}{x'} + \frac{1}{x''} = \frac{x'+x''}{x'x''} = \frac{-b/a}{c/a} = \frac{-5/3}{-2/3} = \frac{5}{2}$$

۱۲. (۲)

$$x^4 - 2x^2 + 1 = (x-1)(x^3 + x^2 - x - 1) = (x-1)^2(x^2 + 2x + 1) = (x-1)^2(x+1)^2$$

$$x(x+ax-1) + 1 = x^3 + ax^2 - x + 1 = (x-1)^2(x+1) = x^3 - x^2 - x + 1 \Rightarrow a = -1$$

$$x^3 + x^2 - x - 1 = (x-1)(x^2 + 2x + 1) = (x-1)(x+1)^2$$

۱۳. (۲)

$$2(3/5) - 1 = 6$$

۱۴. (۲)

$$\frac{36}{150} \times 100 = 24$$

۱۵. سؤال مشخص نمی‌باشد اگر منظور زاویه داخل مثلث باشد همه جواب‌ها درست است.

۱۶. (۱)

$$x^2 + 4y^2 - 4y + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + (2y - 1)^2 = 0 \quad x = 0 \quad 2y - 1 = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{2}$$

$$x + y = \frac{1}{2}$$

۱۷. (۱)

$$\frac{1 + \sqrt{3} + \frac{2}{1-\sqrt{3}}}{2} = \frac{1-3+2}{1-\sqrt{3}} = 0$$

۱۸. (۴)

$$f(x)=f(x') \Rightarrow \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \frac{x'}{\sqrt{1+x'^2}} \Rightarrow \frac{x^2}{1+x^2} = \frac{x'^2}{1+x'^2} \Rightarrow x^2 + x^2x' = x'^2 + x^2x'^2 \Rightarrow x^2 = x'^2 \Rightarrow x = \pm x'$$

۱۹. (۴)

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{5+x^2}} \quad -\frac{2}{3} = \frac{x}{\sqrt{5+x^2}} \Rightarrow \frac{4}{9} = \frac{x^2}{5+x^2} \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow f^{-1}\left(-\frac{2}{3}\right) = 2$$

$$f(2\sqrt{5}) = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5+2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \quad f^{-1}\left(-\frac{2}{3}\right) + \sqrt{5}f(2\sqrt{5}) = 2 + \sqrt{5} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} = 2 + 2 = 4$$

۲۰. (۴)

$$\begin{cases} 2x + 3y = 11 \\ y - 3x = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} x = 1, y = 3 \Rightarrow (1,3) \text{ راس دیگر}$$

$$A \text{ وسط دو راس} \begin{cases} \frac{7+1}{2} = 4 \\ \frac{3+3}{2} = 3 \end{cases} \quad oA = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$$

۲۱. (۱)

$$\lim (\sqrt{n(n+1)} - n) = \lim \frac{n(n+1) - n^2}{\sqrt{n(n+1)} + n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+n} + n} = 1$$

۲۲. (۲)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \frac{x}{x} [0^+] = 0 \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \frac{x}{-x} [0^-] = -1 \times -1 = 1$$

تابع پیوسته نیست

$$f(0) = a$$

۲۳. (۱)

$$f^{(10)}(x) = 2^{10} (5 \cos 2x - x \sin 2x) = 2^{10} \left(5 \cos \pi - \frac{\pi}{2} \sin \pi\right) = -5 \times 2^{10}$$

۲۴. (۱)

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial y} &= \frac{\partial f}{\partial z} \times \frac{\partial z}{\partial y} \Rightarrow \frac{2}{2y-z} + x^2 = \left(xe^{3x+z} - \frac{1}{2y-z}\right) \times \frac{\partial z}{\partial y} \\ &\Rightarrow \frac{2}{4-3} + (-1)^2 = \left(-1 \times e^{-3+3} - \frac{1}{4-3}\right) \frac{\partial z}{\partial y} \Rightarrow \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

۲۵. پاسخ در بین گزینه‌ها نیست، زیرا:

$$\frac{\partial z}{\partial z} = x \times \frac{1 \times x - 0 \times y}{x^2} = \frac{x^2}{x^2 + y^2} = \frac{r^2 \cos^2 \theta}{r^2} = \cos^2 \theta$$

(۳) .۲۶

(۱) .۲۷

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+n} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) = \left(1 - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \dots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) = 1 - \frac{1}{n+1} = s_n$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} s_n = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n+1} \right) = 1$$

(۴) .۲۸

$$\sqrt{x} = t \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = dt \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \sqrt{x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} t \sin t dt = -t \cos t + \int \cos t dt = -t \cos t + \sin t \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{2} - \sin 0 = 1$$

(۱) .۲۹

$$f'(x) = \frac{\frac{1(1-2ax)+2a(x+2a)}{(1-2ax)^2}}{1 + \left(\frac{x+2a}{1-2ax} \right)} = \frac{1+4a^2}{1+4a^2x^2+x^2+4a^2} = \frac{1+4a^2}{(1+4a^2)(1+x^2)} = \frac{1}{1+x^2}$$

(۱) .۳۰

$$y = (e^{-x} + \sin x)^{\frac{1}{x}} \Rightarrow \ln y = \frac{1}{x} \ln(e^{-x} + \sin x) = \frac{\ln(e^{-x} + \sin x)}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \ln y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(e^{-x} + \sin x)}{x} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{هویتال}} \lim_{x \rightarrow 0} \ln y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-e^{-x} + \cos x}{e^{-x} + \sin x} = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \ln y = \ln(\lim y) = 0$$

$$\lim y = e^0 = 1$$

(۳) .۳۱

$$\sqrt{2x+5} = y \Rightarrow x = \frac{y^2-5}{2} \quad x = 2 \Rightarrow y = 3$$

$$\frac{x-2}{x+1} = \frac{\frac{y^2-5}{2}-2}{\frac{y^2-5}{2}+1} = \frac{y^2-9}{y^2-3} = f(y) \quad f'(y) = \frac{12y}{(y^2-3)^2} \Rightarrow f'(3) = 1$$

(۳) .۳۲

(۳) .۳۳

$$\frac{3}{7} \times \frac{2}{6} + \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} = \frac{3}{7}$$

(۴) .۳۴

$$\bar{x} = \frac{1 \times 1 + 2 \times 2 + 3 \times 9 + 4 \times 4}{16} = 3$$

$$\sigma^2 = \frac{1(1-3)^2 + 2(2-3)^2 + 9(3-3)^2 + 4(4-3)^2}{16} = \frac{4+2+4}{16} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$$

(۲) .۳۵

$$24 = \frac{F_i}{100} \times 360 \Rightarrow F_i = 6/7$$

(۳) .۳۶

$$\binom{6}{2} = \frac{6!}{(6-2)!2!} = \frac{4! \times 5 \times 6}{4! \times 2} = 15$$

(۱) .۳۷

$$A = \{(5,6)(6,5)(6,6)\} \quad P(A) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12} \quad (1) \quad ۳۸$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \times \frac{dt}{dx} = \frac{dy}{dt} \times \frac{1}{\frac{dx}{dt}} = (3t^2 - 3) \times \frac{1}{2t+1} = \frac{3t^2-3}{2t+1}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{6t(2t+1) - 2(3t^2-3)}{(2t+1)^2} \times \frac{1}{2t+1} \xrightarrow{t=1} \frac{d^2x}{dx^2} = \frac{2}{3} \quad (1) \quad ۳۹$$

$$f'(x) = 2x \times \ln(x-2) + \frac{x^2}{x-2} \quad m = 2 \times \ln(3-2) + \frac{3^2}{3-2} = 9$$

$$y = 3^2 \times \ln(3-2) = 9 \times 0 = 0 \quad (3,0)$$

$$y - 0 = 9(x-3) \Rightarrow y = 9x - 27 \quad \xrightarrow{x=0} y = -27 \quad (1) \quad ۴۰$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\frac{n(n+1)}{2}}{n+4} - \frac{n}{2} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n(n+1)}{2n+8} - \frac{n}{2} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{-3n}{2n+8} \right) = -\frac{3}{2} \quad (۲) \quad ۴۱$$

$$\lim \left(\frac{2-h}{2} \right)^{\frac{1}{h}} = \lim \left(1 - \frac{h}{2} \right)^{\frac{1}{h}} = \left[\left[1 + \left(-\frac{h}{2} \right) \right]^{\frac{-2}{h}} \right]^{\frac{-1}{2}} = e^{-\frac{1}{2}} \quad \ln e^{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2} \quad (۴) \quad ۴۲$$

$$x=9 \Rightarrow y=4 \quad y = \sqrt{x} + 1 \Rightarrow (y-1)^2 = x$$

$$f'(x) = \begin{cases} (x-1)^2, & x \geq 4 \\ x+4, & x < 4 \end{cases} \quad f^{-1}(6) = (6-1)^2 = 25 \quad (۲) \quad ۴۳$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y-2x}{x} \Rightarrow \text{شیب قائم } m' = \infty \quad \text{خط قائم موازی محور } y \text{ ها} \quad m = -\frac{2-2}{1} = 0 \Rightarrow \text{شیب مماس} \quad (۴) \quad ۴۴$$

$$y' = (2-4x)e^{2x-2x^2} \Rightarrow y'' = e^{2x-2x^2}(-4 + (2-4x)^2) = 0$$

$$\Rightarrow -4 + 4 - 16x + 16x^2 = 0 \Rightarrow 16x^2 - 16x = 0 \Rightarrow x = 0, 1 \quad (۲) \quad ۴۵$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{-\cos(x+y)}{1-\cos(x+y)} \Rightarrow \frac{\cos \pi}{1-\cos \pi} = \frac{-1}{2} \quad (۲) \quad ۴۶$$

$$(6x+4)f'(3x^2+4x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x+1}} \xrightarrow{x=0} 4f'(0) = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \quad (۴) \quad ۴۷$$

$$D(g/f) = \{x \notin D_f \cap D_g | f(x) \neq 0\} = \{x \geq 0 | x \neq \pm 1\} = [0, +\infty) - \{1\}$$

(۲) .۴۸

$$A((A^2)^2 - A^2 \times A) = A(I^2 - A) = A(I - A) = A - A^2 = A - I$$

(۴) .۴۹

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{3y^2+x} \quad m = -\frac{1}{3(1)+0} = -\frac{1}{3}$$

$$y-1 = -\frac{1}{3}(x-0) \Rightarrow y = -\frac{1}{3}x + 1$$

(۳) .۵۰

$$\int_{-1}^1 e^{\frac{x}{2}} dx = 2e^{\frac{x}{2}} \Big|_{-1}^1 = 2e^{\frac{1}{2}} - 2e^{-\frac{1}{2}} = 2(2e^{\frac{1}{2}} - 2e^{-\frac{1}{2}}) = 2(\sqrt{e} - \frac{1}{\sqrt{e}})$$

(۱) .۵۱

$$x^2 + (1 + \sqrt{2})x + \sqrt{3} = 0$$

$$\Delta = (1 + \sqrt{2})^2 - 4\sqrt{3} = 1 + 2 + 2\sqrt{2} - 4\sqrt{3}$$

$$\Delta \approx 3 + 2 \times \frac{1}{4} - 4 \times \frac{1}{7} = \frac{5}{8} - \frac{6}{8} < 0$$

۵۲. (۱) عدد دورقمی را به صورت \overline{ab} فرض می کنیم.

$$\overline{ba} = 45 + \overline{ab} \Rightarrow 10b + a = 45 + 10a + b \Rightarrow 9(b - a) = 45 \Rightarrow b - a = 5$$

(۴) .۵۳

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$$

$$\frac{m-3}{4} = \frac{3}{m+1} \neq \frac{m}{2} \Rightarrow m^2 - 2m - 3 = 12 \Rightarrow m^2 - 2m - 15 = 0 \Rightarrow m = -3, 5$$

اما به ازای $m = -3$ دستگاه مبهم و به ازای $m = 5$ غیر ممکن است.

(۳) .۵۴

$$A = 0/252252 \dots = \frac{252}{999}$$

$$\frac{7}{A} = \frac{7 \times 999}{252} = 27/75$$

(۴) .۵۵

$$9^{x+2} = 3^x \times 81^3 \rightarrow 3^{2x+4} = 3^x \times 3^{12} = 3^x \times 3^{12} \rightarrow 2x + 4 = 12 + x \rightarrow x = 8$$

(۱) .۵۶

$$\text{معادله خط} \rightarrow y - 0 = \frac{3-0}{1+2}(x+2) \rightarrow y - x - 2 = 0$$

$$d = \frac{|-2|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

۵۷ (۲)

$$\frac{(1-\sqrt{2})^2}{2+\sqrt{2}} + \frac{7}{\sqrt{2}} = \frac{3-2\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} + \frac{7\sqrt{2}}{2} = \frac{(3-2\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}{4-2} + \frac{7\sqrt{2}}{2} = \frac{10-7\sqrt{2}}{2} + \frac{7\sqrt{2}}{2} = 5$$

۵۸ (۴)

$$\frac{2-x}{2x-1} - x > 0 \rightarrow \frac{2-2x^2}{2x-1} > 0$$

x	-∞	-1	$\frac{1}{2}$	1
$\frac{2-2x^2}{2x-1}$	+	-	+	-
	جواب		جواب	

۵۹ (۲)

$$M \begin{cases} \frac{-3+1}{2} = -1 = \alpha \\ \frac{4+0}{2} = 2 = \beta \end{cases} \quad \begin{cases} X = x - \alpha = 4 - (-1) = 5 \\ Y = y - \beta = 2 - 2 = 0 \end{cases}$$

۶۰ (۴)

$$A + B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \quad (A + B)^2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 12 & 7 \end{bmatrix}$$

۶۱ (۱)

$$\log_4 2\sqrt{2} = x \rightarrow 4^x = 2\sqrt{2} \rightarrow 2^{2x} = 2^{\frac{3}{2}} \rightarrow x = \frac{3}{4}$$

$$\log_2 1 - x = \log_2 1 - \frac{3}{4} = \log_2 \frac{1}{4} = -\log_2 4 = -2$$

۶۲ (۴)

$$\sin x + \frac{\sin \frac{\pi}{3}}{\cos \frac{\pi}{3}} \cos x = \frac{\sin x \cos \frac{\pi}{3} + \sin \frac{\pi}{3} \cos x}{\cos \frac{\pi}{3}} = 2 \sin(x + \frac{\pi}{3})$$

۶۳ (۳)

$$\begin{cases} 2\alpha + 3\beta = 1 \\ \alpha + 5\beta = -3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \beta = -1 \\ \alpha = 2 \end{cases} \quad \alpha + \beta = -1 + 2 = 1$$

۶۴ (۴)

$$\frac{C(5,1) \times C(3,1)}{C(8,2)} = \frac{15}{28}$$

۶۵ (۲)

$$\frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{4}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{3} = \sqrt{2} \xrightarrow{\text{دو مثلث متشابهند}} \frac{s_1}{s_2} = (\sqrt{2})^2 = 2$$

۶۶ (۳)

$$R = 96 - 25 = 71 \quad C = \frac{71}{9} = 7/8 \cong 8$$

(۳) .۶۷

$$\bar{x} = \frac{11 + 11 + 12 + 13 + 15 + 10}{6} = 12$$

$$\sigma^2 = \frac{2(11 - 12)^2 + (12 - 12)^2 + (13 - 12)^2 + (15 - 12)^2 + (10 - 12)^2}{6}$$

$$= \frac{1 + 1 + 0 + 1 + 9 + 4}{6} = \frac{16}{6} = 2/66$$

(۱) .۶۸

$$f(g(x)) = f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\frac{1}{x^2}}{1 + \frac{1}{x^2}} = \frac{1}{x^2 + 1}$$

(۳) .۶۹

$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x + \sqrt{4 - 3x}}{4 + x} \stackrel{H}{\Rightarrow} \lim_{x \rightarrow -4} 1 + \frac{-3}{2\sqrt{4 - 3x}} = -\frac{2\sqrt{4 - 3x} - 3}{2\sqrt{4 - 3x}} = \frac{5}{8}$$

(۲) .۷۰

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \rightarrow 4 + 3 = 2a - 4 \rightarrow a = \frac{11}{2}$$

(۱) .۷۱

$$f'(x) = \frac{2(x + 1) - 1(2x - 1)}{(x + 1)^2} = \frac{3}{(x + 1)^2} \quad f'(2) = \frac{3}{(2 + 1)^2} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

(۲) .۷۲

$$y = \cos 2x \sin x = \frac{1}{2} [\sin 3x - \sin x] \rightarrow y' = \frac{1}{2} [3\cos 3x - \cos x]$$

$$\frac{1}{2} [3\cos \pi - \cos \frac{\pi}{3}] = \frac{1}{2} [-3 - \frac{1}{2}] = -\frac{5}{4}$$

$$y = (-1)^2 - 2(-1) = 3 \quad (-1, 3)$$

(۲) .۷۳

$$y' = 2x - 2 = 2(-1) - 2 = -4 \rightarrow y - 3 = -4(x + 1) \rightarrow y = -4x - 1$$

$$y + 4x + 1 = 0 \quad \text{شیب مماس}$$

(۲) .۷۴

$$t_n = 3n + 5 \Rightarrow t_{n+1} = 3(n + 1) + 5 = 3n + 8$$

(۴) .۷۵

$$t_{n+2} = 5n + 7 = 5n + 10 - 3 = 5(n + 2) - 3 \Rightarrow t_n = 5n - 3$$

(۱) .۷۶

$$t_1 = 7 \text{ و } d = -3$$

$$S_{10} = \frac{10}{2}(2 \times 7 + 9 \times -3) = 5(14 - 27) = -65$$

.۷۷ (۴)

$$t_n = 2n + 3 \Rightarrow t_1 = 5, t_{10} = 23$$

$$S_{10} = \frac{10}{2}(5 + 23) = 140$$

.۷۸ (۱)

$$t_8 - t_7 = d \Rightarrow d = 12 - 10 = 2$$

$$t_{11} = t_8 + 3d = 12 + 3 \times 2 = 18$$

.۷۹ (۱)

$$d = \frac{68 - 50}{5 + 1} = \frac{18}{6} = 3 \quad 50, 53, 56, \dots$$

.۸۰ (۴)

.۸۱ (۴)

$$A \cup (B \cap A') = (A \cup B) \cap (A \cup A') = A \cup B$$

.۸۲ (۱)

$$(-x^{-1})^{-1} = \frac{1}{-x^{-1}} = -x \xrightarrow{\text{قربینه}} x$$

.۸۳ (۳)

$$36 = 2^2 \times 3^2 \quad \text{م. م. ک} = 2^3 \times 3^2 = 72$$

$$24 = 2^3 \times 3 \quad \text{م. م. ب} = 2^2 \times 3 = 12 \Rightarrow 72 - 12 = 60$$

.۸۴ (۴)

$$\frac{x-2}{11} = \frac{72}{99} \Rightarrow x-2 = 8 \Rightarrow x = 10$$

.۸۵ (۳)

$$A = x^2 + 2x, \quad B = x^2 + 2x - 8$$

$$A - B = x^2 + 2x - x^2 - 2x + 8 = 8$$

.۸۶ (۲)

.۸۷ (۱)

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \quad P(-1) = (-1)^2 - 1 - 2(-1) - 2 = 0$$

.۸۸ (۳)

$$\frac{a^2 - b^2}{ab - b^2} - \frac{ab - b^2}{b^2} = \frac{(a-b)(a+b)}{b(a-b)} - \frac{b(a-b)}{b^2} = \frac{a+b}{b} - \frac{a-b}{b} = 2$$

۸۹. (۱)

$$d = \frac{|3(1) + 4(2) - 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|3 + 8 - 5|}{5} = \frac{6}{5}$$

۹۰. (۳)

$$m = -\frac{-4}{2} = 2 \quad y - 3 = 2(x + 2) \Rightarrow y = 2x + 7$$

۹۱. (۲)

$$\frac{1}{\sqrt{2}-1} \times \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{2}+1}{2-1} = \sqrt{2}+1$$

۹۲. (۲)

$$\frac{3}{2^6\sqrt{24}} = \frac{3}{2^3\sqrt{22}} \times \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{3\sqrt[3]{2}}{4}$$

۹۳. (۴)

$$\frac{3x+4}{2} - x = 5 \Rightarrow 3x+4-2x = 10 \Rightarrow x = 6$$

۹۴. (۳)

$$\begin{cases} 10x + 25y = 400 \\ x + y = 25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 10 \end{cases}$$

۹۵. (۳)

$$4(3x-2) - 6(x-2) < 24 \Rightarrow 12x - 8 - 6x + 12 < 24 \Rightarrow 6x + 4 < 24$$

$$6x < 20 \Rightarrow x < \frac{20}{6} = \frac{10}{3}$$

۹۶. (۳)

$$Tc = TR \Rightarrow 16 \times 3^x = 6x$$

$$16 = \left(\frac{6}{3}\right)^x \Rightarrow 16 = 2^x \Rightarrow x = 4$$

۹۷. (۲) از آزمون مشتق دوم استفاده می‌کنیم

$$y = x^3 - 3x \quad y' = 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$y'' = 6x \quad \begin{cases} x = +1 & y'' \geq 0 \quad \text{Min } x = 1 \\ x = -1 & y'' < 0 \quad \text{Max } x = -1 \end{cases}$$

۹۸. (۱)

$$\left. \begin{aligned} z'_x &= \frac{1}{y} - \frac{y}{x^2} + \frac{\frac{1}{y}}{\frac{x}{y}} = \frac{1}{y} - \frac{y}{x^2} = \frac{1}{x} \\ z'_y &= -\frac{x}{y^2} + \frac{1}{x} + \frac{-\frac{x}{y^2}}{\frac{x}{y}} = -\frac{x}{y^2} + \frac{1}{x} - \frac{1}{y} \end{aligned} \right\} \Rightarrow xz'_x + yz'_y = \frac{x}{y} - \frac{y}{x} + 1 - \frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 1 = 0$$

۹۹. (۴)

$$z'_x = \frac{2(x+2y)-2x-y+1}{(x+2y)^2} = 0 \Rightarrow \frac{2x+4y-2x-y+1}{(x+2y)^2} = 0 \Rightarrow 3y+1=0 \Rightarrow y = -\frac{1}{3}$$

$$z'_y = \frac{(x+2y)-2(2x+y-1)}{(x+2y)^2} = 0 \Rightarrow \frac{x+2y-4x-2y+2}{(x+2y)^2} = 0 \Rightarrow -3x+2=0 \Rightarrow y = \frac{2}{3}$$

(۲) .۱۰۰

$$F = x^2 + y^2 - \lambda(x + 2y - 5) \Rightarrow \begin{cases} f'_x = 2x - \lambda = 0 \Rightarrow x = \frac{\lambda}{2} \\ f'_y = 2y - 2\lambda = 0 \Rightarrow y = \lambda \\ f'_\lambda = -x - 2y + 5 = 0 \Rightarrow -\frac{\lambda}{2} - 2\lambda = -5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{-\lambda - 4\lambda}{2} = -5 \Rightarrow -5\lambda = -10 \Rightarrow \lambda = \frac{10}{5} = 2$$

(۲) .۱۰۱

$$\int_1^2 \frac{2 \ln x}{x} dx = \int 2udu = \frac{2u^2}{2} = (\ln x)^2 \Big|_1^2 = (\ln 2)^2 - (\ln 1)^2 \rightarrow \ln x = u \rightarrow \frac{dx}{x} = du$$

(۳) .۱۰۲

$$I(x) = \int e^{\sqrt{x}} dx \quad I(x) = \int I'(x) dx \Rightarrow I'(x) = e^{\sqrt{x}} \quad I'(1) - I(0) = e^1 - e^0 = e - 1$$

(۳) .۱۰۳

$$s^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad s^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n} \quad \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{60}{10} = 6$$

$$s^2 = \frac{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}{n} = \frac{400 - 10 \times 36}{10} = \frac{40}{10} = 4$$

$$CV = \frac{4}{6} = 0/66$$

(۴) .۱۰۴

$$P(x = 3) = \binom{5}{3} \left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right)^2 = 0/879$$

(۲) .۱۰۵

$$F(m) = \frac{1}{2} \text{ میانه است } m \quad F(m) = \int_{3/4}^m dx = x \Big|_{3/4}^m = m - 3/4$$

$$F(m) = \frac{1}{2} \rightarrow m - 3/4 = \frac{1}{2} \rightarrow m = 3/4 + 0/5 = 3/9$$

۱۰۶. (۳) در اینجا آماردان بر این باور است که میانگین جامعه کمتر یا مساوی ۱۰ است پس باور خود را در H_0 قرار می‌دهد به امید آنکه بتواند آنرا رد کند.

(۳) .۱۰۷

$$P(x, y) = \frac{Cov(x, y)}{\sqrt{Var(x)}\sqrt{Var(y)}} = \frac{5}{5 \times 5} = \frac{1}{5} = 0/2$$

۱۰۸. (۴) اثر ماتریس برابر با مجموع مقادیر ویژه و اثر ماتریس نیز مجموع عناصری روی قطر اصلی است $2+5=7$

۱۰۹. (۳)

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial r} &= \frac{\partial z}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial r} \\ &= (2u - 2v) \cos \theta \\ &+ (2v - 2u) \sin \theta = (2r \cos \theta - 2r \sin \theta) \cos \theta + (2r \sin \theta - 2r \cos \theta) \sin \theta \\ &= 2r \cos^2 \theta - 2r \sin \theta \cos \theta + 2r \sin^2 \theta - 2r \cos \theta \sin \theta \\ &= 2r(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) - r(\sin 2\theta + \sin 2\theta) = 2r - 4r \sin \theta \cos \theta \end{aligned}$$

۱۱۰. (۱)

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow 19 = 15 + 10 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 6$$

۱۱۱. (۱)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{n}\right)^{\beta n} = e^{a\beta} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{n}\right)^{2n} = e^{2a} = e^{\frac{3}{2}} \rightarrow a = \frac{3}{4}$$

۱۱۲. (۳) اگر X سپرده بانکی باشد در ماه اول $\frac{x \cdot \frac{12}{100}(1/12)}{x + \frac{12}{100}x}$ و ماه دوم $\frac{12}{100}$ و به $\frac{\frac{12}{100}(1/12)^2 x}{x + \frac{12}{100}x}$

همین ترتیب ادامه می‌دهیم.

۱۱۳. (۱)

$$\begin{aligned} x + 2y + kz &= 0 & 2x + y + (k+1)z &= 0 \\ x - y + z &= 0 & 2x + y - z &= 0 & k + 1 &= -1 & k &= -2 \\ 2x + y - z &= 0 & 2x + y - 2z &= 0 \end{aligned}$$

یک معادله و ۳ مجهول بی نهایت جواب دارد

۱۱۴. (۲) پس در ۲۰ دقیقه به طور متوسط ۲ نفر وارد بانک می‌شود (توزیع پواسن)

نفر	دقیقه
۱	۱۰
$x = 2$	۲۰

$$P(a = 2) = \frac{e^{-2}(2)^2}{2!} = 2e^{-2}$$

۱۱۵. (۳)

$$\begin{aligned} A_n &= \lim \frac{1}{n} \sqrt[n]{\frac{(2n+1)!}{n!}} = \frac{1}{n} \sqrt[n]{\frac{n!(n+1)(n+2) \cdots (2n+1)}{n!}} = \sqrt[n]{\frac{(n+1)(n+2) \cdots (2n+1)}{n^2}} \\ &= \sqrt[n]{\left(\frac{n+1}{n}\right) \left(\frac{n+2}{n}\right) \cdots \left(\frac{2n+1}{n}\right)} = \sqrt[n]{\left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(1 + \frac{2}{n}\right) \cdots \left(1 + \frac{n+1}{n}\right)} \end{aligned}$$

$$\ln A_n = \frac{1}{n} \left[\ln \left(1 + \frac{1}{n}\right) + \ln \left(1 + \frac{2}{n}\right) + \cdots + \ln \left(1 + \frac{n+1}{n}\right) \right] = \int_0^1 \ln(1+x) dx = \ln 4 - 1$$

$$A_n = e^{\ln 4} \times e^{-1} = \frac{4 \times 1}{e} = \frac{4}{e}$$

۱۱۶. (۴)

$$\left(-\frac{1}{32}\right)^{\frac{4}{5}} - \left(-\frac{1}{64}\right)^{\frac{5}{6}} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{5 \times \frac{4}{5}} - \left(-\frac{1}{2}\right)^{6 \times \frac{5}{6}} = \frac{1}{16} - \frac{1}{32} = \frac{1}{32}$$

۱۱۷. (۳)

$$\sqrt[9]{a^3} \cdot \sqrt[8]{x^6} = a^{\frac{1}{3}} \cdot |x|^{\frac{3}{4}}$$

۱۱۸. (۳)

$$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{6} + 3} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{3}}{\sqrt{3}(\sqrt{2} + \sqrt{3})} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

۱۱۹. (۱)

$$-\sqrt{98} + \sqrt{50} + \sqrt{128} = -7\sqrt{2} + 5\sqrt{2} + 8\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

۱۲۰. (۱)

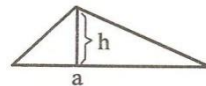
$$a^2 + b^2 + c^2 = ab + ac + bc \Rightarrow 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2ac - 2bc = 0$$

$$\Rightarrow (a-b)^2 + (a-c)^2 + (b-c)^2 = 0 \Rightarrow a = b = c$$

$$(a+b-c)(a+c-b)(b+c-a) = a \cdot a \cdot a = a^3$$

۱۲۱. (۴)

$$S = \frac{1}{2}ah \quad \text{مثلث}$$



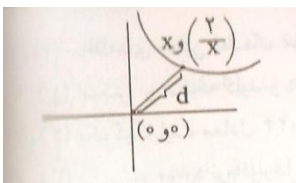
$$s = \frac{1}{2}(16-h)h : \text{پس } a = 16-h \text{ پس } a+h$$

$$= 16 \quad \text{از طرفی طبق صورت سؤال}$$

حال باید ماکزیمم تابع S را بدست آوریم. برای این کار:

$$s' = 8 - h = 0 \rightarrow h = 8 \rightarrow a = 8 \Rightarrow S = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 = 32$$

۱۲۲. (۱)



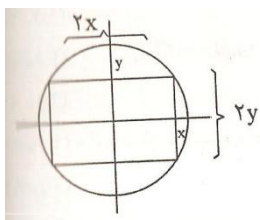
$$d = \sqrt{x^2 + \left(\frac{2}{x}\right)^2} = \sqrt{x^2 + \frac{4}{x^2}}$$

برای یافتن کمترین فاصله کافی است مینیمم تابع زیر رادیکال یعنی $P(x) = x^2 + \frac{4}{x^2}$

را بیابیم برای این کار

$$f'(x) = 2x - \frac{8}{x^3} = 0 \rightarrow 2x^4 = 8 \rightarrow x^4 = 4 \rightarrow x^4 = 2 \Rightarrow d = \sqrt{2 + \frac{4}{2}} = \sqrt{2+2} = \sqrt{4} = 2$$

۱۲۳. (۲)



$$S = 2x \cdot 2y = 4xy$$

$$x^2 = 4 - y^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 4 \text{ از طرفی}$$

$$S = 4\sqrt{4 - y^2} \cdot y$$

$$\Rightarrow S' = 4\sqrt{4 - y^2} - \frac{4y^2}{\sqrt{4 - y^2}} \rightarrow S' = 0 \rightarrow (\sqrt{4 - y^2})^2 = y^2$$

$$\rightarrow 4 - y^2 = y^2 \rightarrow 4 = 2y^2 \rightarrow y^2 = 2 \rightarrow y = \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2} = x \Leftrightarrow 2 = x^2 \text{ در نتیجه}$$

$$S = 4(\sqrt{4 - (\sqrt{2})^2})\sqrt{2} = 8$$

۱۲۴. (۳)

$$y = x^4 + 3x^2 + 1$$

$$\rightarrow y' = 4x^3 + 6x \rightarrow y' = 0 \rightarrow 4x^3 + 6x = 0 \rightarrow x(4x^2 + 6) = 0$$

از آن جا که $4x^2 + 6 \neq 0$ پس نقطه $x=0$ تابع y' را در $x=0$ تعیین علامت می کنیم و داریم:

	x=0		
y'	-	+	
	Min		

پس تابع در $x=0$ فقط یک Min نسبی دارد.

۱۲۵. (۲)

$$2^{2x} \times 3^x \times 2^{5y} \times 3^2 = 2^5 \times 3^5 \Rightarrow 2^{2x+5y} \times 3^x - 2^5 \times 3^3 \Rightarrow x = 3$$

$$2x + 5y = 5 \xrightarrow{x=3} y = -\frac{1}{5}$$

۱۲۶. (۳)

$$2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow R = 16\left(\frac{1}{2}\right)^4 - 8\left(\frac{1}{2}\right)^3 + 4\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 5 = 1 - 1 + 1 + 5 = 6$$

۱۲۷. (۱)

$$x^2 - 5xy - 6y^2 = (x - 6y)(x + 2y)$$

۱۲۸. (۲)

$$4x^2 - 12x + 9 = (2x - 3)^2$$

۱۲۹. (۳)

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{8}(1+\sqrt{2})-\sqrt{24}}{(1+\sqrt{2})^2-3} + \sqrt{3}-1 &= \frac{\sqrt{8}+4-2\sqrt{6}}{2\sqrt{2}} + \sqrt{3}-1 = \frac{\sqrt{2}+2-\sqrt{6}}{\sqrt{2}} + \sqrt{3}-1 \\ &= \frac{2+2\sqrt{2}-\sqrt{12}}{2} + \sqrt{3}-1 = 1+\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{3}-1 = \sqrt{2} \end{aligned}$$

۱۳۰. (۲)

$$3(2) - 4(m - 1) = 10 \Rightarrow 6 - 4m + 4 = 10 \Rightarrow 10 - 4m = 10 \Rightarrow m = 0$$

۱۳۱. (۴) x و y مثبت در معادله صدق نمی کند.

۱۳۲. (۴)

$$\begin{aligned} A' &= \{2, 4, 6\} & B' &= \{a, b, c\} \\ B \cap A' &= \{2, 4, 6\} & A \cap B' &= \{a, b, c\} \end{aligned}$$

۱۳۳. (۴)

$$\begin{aligned} 2(x+y) = 50 &\Rightarrow x+y = 25 \Rightarrow x+x+1 = 25 \Rightarrow x = 12, y = 13 \\ S = xy &= 12 \times 13 = 156 \end{aligned}$$

۱۳۴. (۳)

$$3/42 \times 3/42 + 0/0136 = 11/71$$

۱۳۵. (۲)

$$2\frac{2}{3} = \frac{8}{3} \quad \frac{8}{3} - \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{9}{3} = 3$$

۱۳۶. (۲)

$$\frac{(3 \times 0/4)^7}{(1/2)^5} = \frac{(1/2)^7}{(1/2)^5} = (1/2)^2 = 1/44$$

۱۳۷. (۲)

$$\begin{cases} 2x - 3y = 16 \\ 3x + y = 13 \end{cases} \Rightarrow x = 5$$

۱۳۸. (۳)

$$\frac{84 + 96 + 82/5 + 92 + 105 + 107/5}{2} = 94/5$$

۱۳۹. (۴)

۱۴۰. (۳)

$$4\left(\frac{9}{4}\right) - 12\left(-\frac{3}{2}\right) + 5 = 32$$

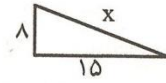
۱۴۱. (۴) ۷۷ به ۱۱ و ۸۷ به ۳ و ۹۷ به ۳ بخش پذیر هستند.

۱۴۲. (۴)

$$\frac{21}{18} \div \left(\frac{-10+9}{12} \right) = \frac{7}{6} \div -\frac{1}{12} = \frac{7}{6} \times -12 = -14 \xrightarrow{\text{قرینه آن}} 14$$

۱۴۳. (۱)

$$x^2 = 15^2 + 8^2 = 225 + 64 = 289 \Rightarrow x = 17$$



۱۴۴. (۲)

$$12 \times 5 = 60 \quad 60 \div 2 = 30$$

۱۴۵. (۴)

$$3i - 6j - 4i - 2j = -i - 8j \quad \begin{bmatrix} -1 \\ -8 \end{bmatrix}$$

۱۴۶. (۳)

$$x + a = t \Rightarrow |t| - |t + 5| = -6$$

$$|0 - (-5)| = 5 \Rightarrow |5| < |-6|$$

۱۴۷. (۳)

$$|x^3 - 8| < x^2 + 2x + 4$$

$$|x - 2| \cdot |x^2 + 2x + 4| < x^2 + 2x + 4$$

$$|x - 2| < 1 \Rightarrow -1 < x - 2 < 1 \Rightarrow 1 < x < 3$$

۱۴۸. (۴)

$$|x| > \sqrt{x+2} \Rightarrow x^2 > x+2$$

$$x^2 - x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2 \text{ یا } x < -1$$

ضمناً باید $x > -2$ باشد پس جواب نامعادله به صورت $(-2, -1) \cup (2, +\infty)$ است.

۱۴۹. (۱)

چون x در معادله صدق نمی کند پس گزینه های (۲) و (۳) و (۴) نمی توانند درست باشد و گزینه (۱) درست است.

۱۵۰. (۳)

$$x^2 < 18 \Rightarrow -3\sqrt{2} < x < 3\sqrt{2}$$

$$|x - 3\sqrt{2}| + |x + 3\sqrt{2}| = -x + 3\sqrt{2} + x + 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

۱۵۱. (۳)

$$\binom{1}{1} \binom{7}{2} = 1 \times \frac{7!}{2! \times 5!} = 21$$

۱۵۲. (۱)

$$A \subset B \Rightarrow A \cap B = A$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= P(A) + P(B) - P(A) \Rightarrow P(A \cap B) = P(B) = \frac{1}{3}$$

X: تعداد بذر جوانه زده

۱۵۳. (۴)

$$X \sim \text{Bin}(3, 0/8)$$

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1)$$

$$= 1 - \sum_{x=0}^1 \binom{3}{x} (0/8)^x (0/2)^{3-x} = 1 - [(0/2)^3 + 3(0/8)(0/2)^2] = 0/896$$

۱۵۴. (۳)

تابع $f(x) = x^2 - 3|x|$ را می توان به فرم زیر نوشت:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & \text{و } x \geq 0 \\ x^2 + 3x & \text{و } x < 0 \end{cases}$$

حال برای یافتن نقاط بحرانی باید:

$$f'(x) = 0 \rightarrow \begin{cases} 2x - 3 = 0 \rightarrow x = \frac{3}{2} \\ 2x + 3 = 0 \rightarrow x = \frac{-3}{2} \end{cases}$$

حال از آنجا که $f'(x)$ در $x=0$ نیز موجود نیست پس سه نقطه $\frac{3}{2}$ و $\frac{-3}{2}$ و $x=0$ نقاط بحرانی تابع هستند.

۱۵۵. (۲)

$$\begin{aligned} \int \frac{(2x\sqrt{x} + \sqrt{x})^4}{x^2} dx &= \int \frac{(\sqrt{x}(2x+1))^4}{x^2} dx = \int \frac{x^2(2x+1)^4}{x^2} dx = \int (2x+1)^4 dx \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} (2x+1)^5 = \frac{1}{10} (2x+1)^5 + c \end{aligned}$$

۱۵۶. (۴)

$$\left. \begin{aligned} 2x \geq 3 - 2 &\Rightarrow 2x \geq 1 \Rightarrow x \geq \frac{1}{2} \\ 2x - 2 \leq 1 - 4x &\Rightarrow 6x \leq 3 \Rightarrow x \leq \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} x = \frac{1}{2}$$

۱۵۷. (۳)

$$\Delta = 0 \Rightarrow (-6)^2 - 4m(m-2) = 36 - 4m^2 + 8m = 0 \Rightarrow m^2 - 2m - 9 = 0$$

$$m = 1 \mp \sqrt{1+9} = 1 \mp \sqrt{10}$$

A-B ممکن است تهی باشد و ممکن است با پایان باشد.

۱۵۸. (۴)

۱۵۹. (۲)

$$A + I = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \quad A - I = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3-5 & 15+10 \\ -1-4 & -5+8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 25 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$$

۱۶۰. (۱)

$$2 \cos x = -\sqrt{3} \Rightarrow \cos x = \frac{-\sqrt{3}}{2} = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$$

$$x = 2k\pi \pm \frac{5\pi}{6}$$

(۳) .۱۶۱

$$\left. \begin{aligned} \log x + \log y = 1 &\Rightarrow \log xy = \log 10 \Rightarrow xy = 10 \\ 4^{x-y} = 4^3 &\Rightarrow x - y = 3 \Rightarrow y = x - 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x = 5, -2$$

$X = -2$ غیر قابل است.

(۴) .۱۶۲

$$a = i - 2j \quad \vec{oA} = 2i - 4j - 3i - j = -i - 5j \Rightarrow |\vec{oA}| = \sqrt{(-1)^2 + (-5)^2} = \sqrt{26}$$

$$b = 3i + j$$

(۲) .۱۶۳

$$c(n, n-2) = \frac{n!}{(n-n+2)!(n-2)!} = \frac{n!}{(n-2)!2!} = \frac{(n-2)! \times (n-1) \times n}{(n-2)!2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

$$n(n-1) = 240 \Rightarrow n^2 - n - 240 = 0 \Rightarrow (n+15)(n-16) = 0 \Rightarrow n = 16$$

(۳) .۱۶۴

$$s_{13} = 0 \Rightarrow s_n = \frac{n[2a + (n-1)d]}{2} \Rightarrow s_{13} = \frac{13[2(-3) + 12d]}{2} = 0$$

$$-6 + 12d = 0 \Rightarrow 12d = 6 \Rightarrow d = \frac{1}{2}$$

(۲) .۱۶۵

$$q = \sqrt[m+1]{\frac{b}{a}} \Rightarrow q = \sqrt[3+1]{\frac{81}{16}} = \sqrt[4]{\frac{81}{16}} = \frac{3}{2}$$

$$16, 24, 36, 54, 81 \xrightarrow{\text{مجموع}} 114$$

(۱) .۱۶۶

$$\tan(\pi + \alpha) + \frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} = \tan \alpha + \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{2 \cos^2 \alpha} = \tan \alpha + \tan \alpha = 2 \tan \alpha$$

(۳) .۱۶۷

$$\left(4x + \frac{1}{x-1}\right) \left(1 - \frac{1}{2x-1}\right) = \left(\frac{4x^2 - 4x + 1}{x-1}\right) \left(\frac{2x-1-1}{2x-1}\right) = \frac{(2x-1)^2}{x-1} \times \frac{2(x-1)}{2x-1}$$

$$= 2(2x-1) = 4x-2$$

(۲) .۱۶۸

$$a^2 + b^2 - 2ab - c^2 = (a-b)^2 - c^2 = (a-b+c)(a-b-c)$$

(۳) .۱۶۹

$$y = 2x - 6 \quad A \begin{vmatrix} 0 \\ -6 \end{vmatrix} \quad B \begin{vmatrix} 3 \\ 0 \end{vmatrix} \quad AB \text{ وسط } M \begin{vmatrix} 3 \\ 2 \\ -3 \end{vmatrix}$$

$$OM = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + (-3)^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + 9} = \sqrt{\frac{45}{4}} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

(۱) .۱۷۰

$$(\sqrt{2} - 2\sqrt{3})(2\sqrt{2} + \sqrt{3}) + 3\sqrt{6} = 4 + \sqrt{6} - 4\sqrt{6} - 6 + 3\sqrt{6} = -2$$

(۳) .۱۷۱

(۲) .۱۷۲

$$x^2 - 6 = 5|x| \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 5x - 6 = 0 & x \geq 0 \Rightarrow x = 6 \\ x^2 + 5x - 6 = 0 & x < 0 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$

۱۷۳. (۳) در ۲ و ۲- مشتق پذیر نیست.

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{2x}{|x^2-1|} & -2 \leq x \leq 2 \\ 4 & x > 2 \text{ یا } x < -2 \end{cases}$$

(۳) .۱۷۴

$$\alpha + \beta = \frac{5\pi}{4} \Rightarrow \tan(\alpha + \beta) = \tan \frac{5\pi}{4} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = 1 \Rightarrow \tan \alpha + \tan \beta = 1 - \tan \alpha \tan \beta$$

$$(1 + \tan \alpha)(1 + \tan \beta) = 1 + \tan \alpha \tan \beta + \tan \alpha + \tan \beta = 1 + \tan \alpha \tan \beta + 1 - \tan \alpha \tan \beta = 2$$

$$10\% \times 2000 = 200$$

(۱) .۱۷۵

(۳) .۱۷۶

(80,20)

(4,40)

$$\text{م.ب.م} = 4 = 2^2$$

$$\text{م.ک.م} = 40 = 2^3 \times 5$$

۱۷۷. احتمالاً سؤال اشکال دارد، چون $\sin 0^\circ = 0$ است در نتیجه داریم:

که در هیچکدام از گزینه‌ها نیست.

$$2\sin 0^\circ \times \sin 40^\circ + \cos(34\pi + 50) = \cos 50^\circ$$

(۴) .۱۷۸

$$\frac{m}{2} = 2 \times 2\sqrt{7} \Rightarrow m = 8\sqrt{7}$$

(۴) .۱۷۹

$$y = b_1x + b_0$$

$$y = x + 3$$

$$b_1 = \frac{spxy}{ssx} = \frac{6}{6} = 1$$

$$b_0 = \bar{y} - b_1\bar{x} = 5 - 2 = 3$$

(۴) .۱۸۰

$$\text{خط : } x - 1 = \frac{y}{\frac{1}{2}} = z + 1 \Rightarrow$$

$$\text{صفحه } Ax + Bx + Cz + D = 0$$

$$\begin{cases} A = 1 \\ B = \frac{1}{2} \\ C = 1 \end{cases} \quad A + B + c + d = 0 \Rightarrow 1 + \frac{1}{2} + 1 + d = 0 \Rightarrow d = -\frac{5}{2}$$

$$x + \frac{1}{2}y + z - \frac{5}{2} = 0 \Rightarrow 2x + y + 2z = 5$$

(۲) .۱۸۱

$$(n,2) - \binom{n}{2} = 36 \Rightarrow \frac{n!}{(n-2)!} - \frac{n!}{(n-2)! \times 2} = 36 \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 36$$

$$n(n-1) = 72 \Rightarrow n = 9 \quad \binom{9}{6} = \frac{9!}{3!6!} = 84$$

(۳) .۱۸۲

$$\begin{cases} 2^{498} \equiv -1 \\ 2^2 \equiv 13 \\ 2^2 \equiv 9 \end{cases} \rightarrow 2^{500} \equiv 9$$

(۳) .۱۸۳

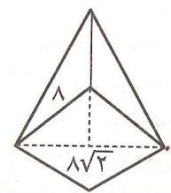
$$A : \text{در درس ریاضی قبول شده‌اند} \quad n(A' \cap B') = 10 \Rightarrow n(A \cup B)' = 10$$

$$B : \text{در درس فیزیک قبول شده‌اند} \quad n(A \cup B) = 40$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$40 = 30 + 35 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 25$$

(۱) .۱۸۴



$$x^2 = (4\sqrt{2})^2 + 7^2 = 32 + 49 = 81 \Rightarrow x = 9$$

(۱) .۱۸۵

$$\begin{aligned} \%70x = 1400 &\Rightarrow x = 2000 \xrightarrow{\text{تخفیف}} 600 \xrightarrow{\text{مجموع}} 2600 \\ \%80x = 8000 &\Rightarrow x = 10000 \rightarrow 2000 \end{aligned}$$

(۳) .۱۸۶

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases} \Rightarrow y = 1, x = 2$$

(۲) .۱۸۷

(۴) .۱۸۸ پاسخ درست در بین گزینه‌ها نیست، زیرا :

$$10000 = 1000e^{0/4t} \Rightarrow 10 = e^{0/4t} \Rightarrow \ln 10 = 0/4t$$

$$t = \frac{\ln 10}{0/4} = \frac{5 \ln 10}{2}$$

در جواب‌های نیست

(۲) .۱۸۹

$$f'(x) = \frac{1-2x}{2\sqrt{x-x^2}} \xrightarrow{x=\frac{1}{2}} f'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1-2\left(\frac{1}{2}\right)}{2\sqrt{\frac{1}{2}-\frac{1}{4}}} = 0$$

(۲) .۱۹۰

$$\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1 \Rightarrow a^2 = 8, b^2 = 2 \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 8 - 2 = 6$$

$$c = \sqrt{6}, a = 2\sqrt{2} \Rightarrow \text{خروج از مرکز } e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(۴) .۱۹۱

$$x - |x| > 0 \Rightarrow |x| < x \Rightarrow x \in \emptyset$$

(۱) .۱۹۲

(۱) مرکز دایره

(۲) .۱۹۴

$$\frac{2mx-1}{x} = 4x \Rightarrow 4x^2 - 2mx + 1 = 0 \quad \Delta = 4m^2 - 16 = 0 \Rightarrow m = \pm 2$$

۱۹۵ . $2a+b$ می‌تواند ۸ یا ۴ یا ۶- باشد.

$$2(1)^2 + a(1) + b = 0 \Rightarrow a + b = -2$$

(۲) .۱۹۶

(۴) .۱۹۷

$$\int \frac{x^2}{x^2+a} dx = x - a \arctan \frac{x}{a}$$

۱۹۸ . جواب $2\sqrt{2} - 2$ می‌باشد.

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin x - \cos x) dx \neq \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (\cos x - \sin x) dx \neq 2\sqrt{2} - 2$$

۱۹۹ . در جواب‌ها نمی‌باشد.

$$P(7,4) = \frac{7!}{(7-4)!} = 840$$

(۱) .۲۰۰